

В. Л. Ключин

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ВУЗОВ

2-е издание, исправленное и дополненное

*Рекомендовано Учебно-методическим отделом высшего образования
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по естественнонаучным направлениям*



Курс с практическими заданиями и дополнительными материалами доступен на образовательной платформе «Юрайт», а также в мобильном приложении «Юрайт.Библиотека»

Москва ■ Юрайт ■ 2024

Оглавление

Предисловие	9
-------------------	---

Раздел I

ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Глава 1. Векторы и действия с ними. Линейные пространства	13
1.1. Линейные операции над векторами	13
1.2. Скалярное произведение векторов	14
1.3. Линейная зависимость векторов	15
1.4. Базис и ранг системы векторов	17
1.5. Разложение вектора по базису	18
1.6. Линейные нормированные пространства. Евклидово пространство ...	19
<i>Вопросы</i>	22
Глава 2. Матрицы и действия с ними	23
2.1. Основные понятия	23
2.2. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц	24
2.3. Умножение матриц	25
2.4. Обратная матрица	27
<i>Вопросы</i>	31
Глава 3. Определители	32
3.1. Основные понятия	32
3.2. Свойства определителей	35
3.3. Миноры и алгебраические дополнения	37
3.4. Применение определителей	40
3.5. Ранг матрицы	42
<i>Вопросы</i>	44
Глава 4. Системы линейных уравнений	45
4.1. Основные понятия	45
4.2. Методы решения систем линейных уравнений	46
4.3. Совместность систем линейных уравнений	55
4.4. Однородные системы линейных уравнений	57
4.5. Неоднородные системы. Структура общего решения системы линейных неоднородных уравнений	59
<i>Вопросы</i>	61
Глава 5. Линейные операторы	62
5.1. Понятие линейного оператора	62
5.2. Действия с линейными операторами	64

5.3. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.....	64
<i>Вопросы</i>	66
Глава 6. Квадратичные формы	68
6.1. Основные понятия.....	68
6.2. Канонический вид квадратичной формы.....	73
6.3. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы ...	76
<i>Вопросы</i>	78

Раздел II ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Глава 7. Линии на плоскости.....	81
7.1. Основные понятия.....	81
7.2. Общее уравнение линии первого порядка. Прямая на плоскости.....	82
<i>Вопросы</i>	90
Глава 8. Важнейшие кривые второго порядка	91
8.1. Окружность. Эллипс.....	91
8.2. Гипербола.....	94
8.3. Парабола.....	95
8.4. Общее уравнение линии второго порядка	96
8.5. Преобразования координат	97
8.6. Преобразование общего уравнения линии второго порядка	101
<i>Вопросы</i>	104
Глава 9. Прямые линии и плоскости в пространстве.....	105
9.1. Плоскость в пространстве	105
9.2. Прямая в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве.....	107
<i>Вопросы</i>	111

Раздел III ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

Глава 10. Общие сведения о линейном программировании	115
10.1. Задача об использовании ресурсов.....	115
10.2. Общая задача линейного программирования	116
10.3. Элементы теории двойственности	118
<i>Вопросы</i>	127
Глава 11. Модель Леонтьева. Линейная модель обмена.....	128
11.1. Модель Леонтьева.....	128
11.2. Линейная модель обмена	131
<i>Вопросы</i>	133

Раздел IV ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Глава 12. Элементы теории множеств	137
12.1. Понятие множества.....	137

12.2. Операции над множествами. Счетные и несчетные множества	137
12.3. Числовые множества. Числовая прямая	138
12.4. Модуль действительного числа.....	139
12.5. Метод математической индукции	140
12.6. Соединения и бином Ньютона	141
<i>Вопросы</i>	143
Глава 13. Функция.....	144
13.1. Понятие функции	144
13.2. Основные элементарные функции	146
13.3. Элементарные функции.....	149
13.4. Применение функций в экономике.....	151
<i>Вопросы</i>	153
Глава 14. Пределы.....	154
14.1. Последовательность. Предел последовательности	154
14.2. Предел функции	155
14.3. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины	157
14.4. Основные теоремы о пределах.....	158
14.5. Два замечательных предела.....	162
<i>Вопросы</i>	169
Глава 15. Непрерывность функции	170
15.1. Основные понятия.....	170
15.2. Свойства функций, непрерывных на отрезке	172
15.3. Экономическая интерпретация непрерывности.....	173
15.4. Сравнение бесконечно малых.....	174
<i>Вопросы</i>	176

Раздел V

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Глава 16. Производная функции. Дифференциал.....	179
16.1. Производная	179
16.2. Применение производной в экономике	181
16.3. Дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью	182
16.4. Вычисление производной	183
16.5. Производные основных элементарных функций.....	188
16.6. Дифференциал.....	192
<i>Вопросы</i>	196
Глава 17. Свойства дифференцируемых функций	198
17.1. Основные теоремы дифференциального исчисления.....	198
17.2. Правило Лопиталю.....	201
17.3. Формула Тейлора	204
<i>Вопросы</i>	209
Глава 18. Исследование функций с помощью первой производной	210

18.1. Признак монотонности функции.....	210
18.2. Экстремум функции	210
18.3. Первое достаточное условие экстремума.....	211
18.4. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке	212
<i>Вопросы</i>	214

Глава 19. Исследование функций с помощью второй производной. Полное исследование функций и графиков216

19.1. Второе достаточное условие экстремума	216
19.2. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба	216
19.3. Асимптоты	218
19.4. Общая схема исследования функций и построения графиков	220
19.5. Исследование функции на максимум и минимум с помощью производных высших порядков	223
<i>Вопросы</i>	226

Глава 20. Приложения производной в экономической теории227

20.1. Максимизация прибыли	227
20.2. Эластичность	227
20.3. Оптимизация налогообложения.....	229
<i>Вопросы</i>	230

**Раздел VI
ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

Глава 21. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования..... 233

21.1. Первообразная и неопределенная интеграл	233
21.2. Основные методы интегрирования.....	236
21.3. Интегрирование рациональных дробей.....	239
21.4. Интегрирование иррациональных функций.....	244
21.5. Интегрирование тригонометрических функций	246
<i>Вопросы</i>	248

Глава 22. Определенный интеграл и его свойства..... 249

22.1. Понятие определенного интеграла.....	249
22.2. Свойства определенного интеграла	251
22.3. Основная формула интегрального исчисления	256
22.4. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.....	258
22.5. Приближенное вычисление определенных интегралов	259
<i>Вопросы</i>	261

Глава 23. Приложения определенного интеграла..... 262

23.1. Геометрические и механические приложения определенного интеграла	262
23.2. Приложения определенного интеграла в экономике	266
<i>Вопросы</i>	267

Глава 24. Несобственные интегралы	268
24.1. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.....	268
24.2. Несобственные интегралы от неограниченных функций	270
24.3. Признаки сходимости несобственных интегралов	271
<i>Вопросы</i>	274

Раздел VII

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Глава 25. Евклидово пространство. Понятие функции нескольких переменных. Предел, непрерывность	277
25.1. Евклидово пространство.....	277
25.2. Множества в евклидовом пространстве.....	278
25.3. Понятие функции многих переменных	279
25.4. Предел и непрерывность.....	282
<i>Вопросы</i>	283
Глава 26. Частные производные и их экономический смысл. Полный дифференциал.....	284
26.1. Частные приращения и частные производные	284
26.2. Полное приращение и полный дифференциал	286
26.3. Производная по направлению. Градиент.....	290
26.4. Формула Тейлора.....	293
<i>Вопросы</i>	295
Глава 27. Экстремумы. Условные экстремумы	296
27.1. Локальный экстремум функции на нескольких переменных	296
27.2. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.....	301
27.3. Условный экстремум	301
27.4. Метод наименьших квадратов	304
<i>Вопросы</i>	308
Глава 28. Задачи оптимизации	309
28.1. Основные понятия.....	309
28.2. Наибольшее значение вогнутой функции. Условия Куна — Таккера.....	310
<i>Вопросы</i>	314

Раздел VIII

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Глава 29. Дифференциальные уравнения первого порядка и их применение в непрерывных моделях экономики	316
29.1. Основные понятия.....	316
29.2. Виды дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения	318

29.3. Применение дифференциальных уравнений в непрерывных моделях экономики	323
<i>Вопросы</i>	328

Глава 30. Дифференциальные уравнения второго и высшего порядков..... 329

30.1. Основные понятия.....	329
30.2. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка	329
30.3. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка	332
30.4. Структура общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения	341
<i>Вопросы</i>	357

Глава 31. Разностные уравнения 359

31.1. Основные понятия.....	359
31.2. Линейные разностные уравнения.....	361
31.3. Модель делового цикла Самуэльсона — Хикса	364
<i>Вопросы</i>	365

**Раздел IX
РЯДЫ**

Глава 32. Числовые ряды 369

32.1. Понятие числового ряда.....	369
32.2. Основные свойства рядов	371
32.3. Ряды с неотрицательными членами	373
32.4. Ряды с членами произвольного знака	379
<i>Вопросы</i>	382

Глава 33. Функциональные ряды 383

33.1. Основные понятия.....	383
33.2. Свойства равномерно сходящихся рядов	386
33.3. Степенные ряды	390
<i>Вопросы</i>	396

Глава 34. Ряды Тейлора и Маклорена..... 397

34.1. Разложение функции в степенной ряд	397
34.2. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена ...	399
34.3. Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям.....	400
<i>Вопросы</i>	404

Список литературы 405

Новые издания по дисциплине «Математика» и смежным дисциплинам..... 406