

МОДЕЛИРОВАНИЕ МОБИЛЬНЫХ ФРИКЦИОННЫХ СИСТЕМ

Под общей редакцией доктора технических наук,
профессора, заслуженного деятеля науки РФ

В.В. Шаповалова

Допущено

*Федеральным агентством железнодорожного транспорта
в качестве учебника для студентов вузов железнодорожного транспорта*

Москва
2020

Содержание

Введение	9
1. Теория колебаний механических систем	15
1.1. Динамика несвободного движения	16
1.2. Принцип Даламбера	23
1.3. Динамика относительного движения	26
1.3.1. Составление уравнений движения поступательно движущихся масс методом сил (вертикальные колебания масс)	31
1.4. Математическое описание различных по природе сил трения и их энергетическая оценка	38
1.4.1. Составление уравнений движения поступательно движущихся масс методом сил при наличии сил сухого трения (горизонтальные колебания масс)	46
1.5. Принцип возможных перемещений	49
1.6. Общее уравнение динамики материальной системы	51
1.7. Уравнение Лагранжа второго рода	52
1.7.1. Составление уравнений движения поступательно движущихся масс с использованием уравнений Лагранжа второго рода (вертикальные колебания масс)	57
1.8. Составление уравнений для определения нагрузок в упругих элементах по методу С.Н. Кожевникова	59
1.9. Динамические характеристики линейной механической системы с одной степенью свободы	62
1.9.1. Аналитическое решение дифференциального уравнения в случае докритического демпфирования.	64
1.9.2. Определение уравнений движения при свободных, затухающих и вынужденных колебаниях материальной точки	84
1.9.3. Аналитическое решение дифференциального уравнения для случая большого сопротивления	87
1.9.4. Аналитическое решение дифференциального уравнения для предельного сопротивления	92
1.9.5. Фазовый портрет колебаний, фазовая плоскость, фазовая точка, фазовая траектория, особые точки	94
1.9.6. Резонанс по вынужденной частоте	102

1.9.7. Проход через резонанс	104
1.9.8. Негармоническое периодическое возбуждение	109
1.9.9. Метод комплексных амплитуд.	111
1.10. Параметрические колебания.	116
1.10.1. Колебания около положения равновесия	117
1.10.2. Колебания около стационарного режима движения . . .	119
1.10.3. Параметрическое возбуждение по закону прямоугольного синуса	122
1.10.4. Параметрическое возбуждение по закону косинуса . . .	128
1.10.5. Идентификация условий параметрической устойчивости и вариации стационарного движения	136
1.11. Колебания нелинейных систем	138
1.11.1. Свободные колебания. Метод припасовывания	139
1.11.2. Затухающие колебания при сухом, позиционном и внутреннем трении	144
1.11.3. Вынужденные колебания с трением, отличным от вязкого. Метод гармонического баланса	152
1.11.4. Вынужденные колебания при гармоническом возбуждении.	167
1.11.5. Энергетическая оценка амплитуд резонансных колебаний	172
1.11.6. Субгармонические колебания	176
1.11.7. Метод осреднения Крылова–Боголюбова– Митропольского	179
1.11.8. Автоколебательные системы	186
1.12. Выводы	194
Список литературы	195
Вопросы для контроля знаний	195
Лабораторная работа 1. Составление и решение системы дифференциальных уравнений в MathCAD.	
Оценка погрешности линеаризации уравнений	199
Лабораторная работа 2. Анализ параметров дифференциального уравнения для докритического демпфирования в MathCAD . . .	206
Лабораторная работа 3. Анализ параметров дифференциального уравнения для случая большого сопротивления в MathCAD . . .	216
Лабораторная работа 4. Исследование в MathCAD уравнений сервомотора с идеальной и реальной релейными характеристиками	224
Лабораторная работа 5. Исследование в MathCAD фрикционных автоколебаний, странных аттракторов и бифуркаций	229
Лабораторная работа 6. Исследование в MathCAD параметрических колебаний и областей устойчивости	237

2. Динамические свойства механических систем.	240
2.1. Понятие передаточной функции и ее связь с дифференциальным уравнением системы.	240
2.2. Преобразование Лапласа.	245
2.3. Нули и полюса передаточной функции. Форма Боде	249
2.4. Применение преобразований Лапласа для решения дифференциальных уравнений. Форма Хэвисайда	253
2.5. Временные характеристики систем.	259
2.6. Частотные характеристики систем	267
2.6.1. Преобразование Фурье. Эффект Гиббса	277
2.6.2. Спектр ограниченного во времени сигнала. Весовая функция окна	308
2.6.3. Дискретное преобразование Фурье	310
2.6.4. Свойства весовых функций окна при анализе ограниченных во времени функций.	320
2.6.5. Динамический диапазон периодического сигнала и разрешающая способность по частоте	333
2.6.6. Быстрое преобразование Фурье	339
2.7. Типовые динамические звенья и их характеристики	348
2.7.1. Минимально-фазовые звенья	351
2.7.1.1. Усилительное (безынерционное) звено	353
2.7.1.2. Апериодическое звено первого порядка	354
2.7.1.3. Форсирующее звено.	357
2.7.1.4. Реальное форсирующее звено (упругое звено)	359
2.7.1.5. Идеальное интегрирующее звено.	361
2.7.1.6. Идеальное дифференцирующее звено	363
2.7.1.7. Реальное дифференцирующее звено	365
2.7.1.8. Изодромное звено	367
2.7.1.9. Консервативное, колебательное и апериодическое звенья второго порядка	369
2.7.1.10. Интегрирующее звено с замедлением	379
2.7.1.11. Форсирующее звено второго порядка	381
2.7.2. Неустойчивые и неминимально-фазовые звенья, звенья с распределенными параметрами	382
2.8. Выводы.	390
Список литературы	390
Вопросы для контроля знаний	391
Лабораторная работа 7. Спектральный анализ и синтез с использованием коэффициентов ряда Фурье в MathCAD . . .	399
Лабораторная работа 8. Спектральный анализ и синтез в MathCAD с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье	427

Лабораторная работа 9. Частотные и временные характеристики систем в MathCAD	449
3. Математическое моделирование квазилинейных механических систем.	459
3.1. Построение эквивалентных расчетных схем машин и механизмов	459
3.1.1. Определение масс, жесткостей кинематической схемы	463
3.1.2. Приведение масс, жесткостей и сил к эквивалентной расчетной схеме	465
3.1.3. Упрощение эквивалентных расчетных схем до уровня минимальной сложности	471
3.1.4. Правила суммирования (присоединения) масс при упрощении эквивалентного вала. Принцип Релея	474
3.1.5. Уравнения движения и проблема собственных значений	484
3.2. Применение принципа Релея для решения прямой и обратной систем дифференциальных уравнений системы	496
3.2.1. Составление дифференциальных уравнений	496
3.2.2. Определение значений основной частоты и формы колебаний	502
3.2.3. Определение значений высших частот и форм колебаний	503
3.2.4. Преобразование форм колебаний при стопорении рабочего органа механической системы	505
3.2.5. Определение амплитуд собственных колебаний системы в переходных динамических режимах	506
3.2.6. Описание алгоритма программы	506
3.2.7. Численная реализация алгоритма решения дифференциальных уравнений	512
3.3. Примеры составления и упрощения эквивалентных расчетных схем, расчета частот и форм колебаний	529
3.3.1. Исследование поступательно движущихся масс	529
3.3.2. Исследование процессов запуска механической системы	535
3.3.3. Исследование процессов стопорения рабочего органа	544
3.3.4. Исследование процессов грузоподъемного механизма	550
3.4. Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений системы	568
3.4.1. Связь передаточной функции с пространством состояний	570
3.4.2. Математические модели систем в терминах пространства состояний	592

3.4.3. Метод Эйлера	610
3.4.4. Методы Рунге–Кутты второго порядка	614
3.4.5. Методы Рунге–Кутты третьего порядка	622
3.4.6. Методы Рунге–Кутты четвертого порядка	622
3.4.7. Вложенные методы, метод Рунге–Кутты–Мерсона	634
3.4.8. Многошаговый метод Адамса	645
3.4.9. Неявный разностный метод Гира для жестких систем	662
3.5. Анализ динамических характеристик механических систем	668
3.5.1. Преобразование системы в типовые динамические звенья. Асимптотические частотные характеристики	686
3.5.2. Структурные преобразования систем	692
3.6. Выводы	735
Список литературы	736
Варианты заданий для самоподготовки	737
Вопросы для контроля знаний	746
Лабораторная работа 10. Программирование функций в MathCAD, оценка погрешности решения дифференциальных уравнений	760
Лабораторная работа 11. Символьное решение дифференциальных уравнений в MathCAD, определение частот свободных и затухающих колебаний	766
Лабораторная работа 12. Структурные преобразования систем в MathCAD, определение частотных и временных характеристик	776
4. Физико-математическое моделирование мобильных фрикционных систем	785
4.1. Теоретические основы подобия	797
4.2. Методы определения критериев подобия	804
4.2.1. Способ интегральных аналогов	805
4.2.2. Размерность и системы единиц	821
4.2.3. Формула размерности	824
4.2.4. Метод анализа размерностей	843
4.3. Создание и обоснование физико-математической модели	878
4.3.1. Математическое моделирование подвижного состава	880
4.3.2. Динамическое подобие механической подсистемы	900
4.3.3. Динамическое подобие фрикционной подсистемы	918
4.3.4. Разрешение противоречий, возникающих при составлении физической модели фрикционного контакта	991
4.3.5. Физическое подобие модели фрикционного контакта(на примере подсистемы «колесо–рельс»)	995

4.3.6. Стенды для проведения модельных исследований.	1017
4.3.7. Пересчетные масштабы подобия с натуры на модель и обратно	1025
4.3.8. Исследование фактической площади касания методом электропроводимости контакта	1066
4.3.9. Применение методики экспериментальной термодинамики при реализации мониторинга термодинамических характеристик	1071
4.4. Выводы.	1074
Список литературы	1076
Варианты заданий для самоподготовки	1077
Вопросы для контроля знаний	1077
5. Модельные исследования фрикционных систем	1080
5.1. Методы регистрации колебаний и объемных температур фрикционных систем	1080
5.2. Исследование температур во фрикционном контакте с помощью термопар	1119
5.3. Измерение температур с учетом дискретности контакта	1123
5.4. К вопросу выбора термопары для исследования фрикционных пар трения.	1126
5.5. Практический пример применения методов физико-математического моделирования и трибоспектральной идентификации процессов трения	1129
5.6. Выводы.	1141
Список литературы	1142
Вопросы для контроля знаний	1143
Предметный указатель	1145