

# **АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. ТЕОРИЯ И ТЕСТЫ**

*Допущено Министерством образования Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия для студентов  
учреждений высшего образования по физическим специальностям*

**Минск  
РИВШ  
2023**

# Оглавление

Предисловие .....	3
<b>Глава 1. Матрицы и определители.</b>	
<b>Системы линейных алгебраических уравнений .....</b>	<b>5</b>
1.1. Матрицы и линейные операции над ними.....	5
1.2. Умножение матриц.....	9
1.3. Транспонирование матриц и переход к сопряженной матрице .....	11
1.4. Определители $n$ -го порядка квадратных матриц.....	12
1.5. Обратная матрица .....	17
1.6. Линейная зависимость и независимость строк и столбцов матрицы .....	20
1.7. Базисный минор и ранг матриц .....	21
1.8. Системы линейных алгебраических уравнений .....	23
1.9. Критерий Кронекера – Капели.....	25
1.10. Метод Гаусса последовательного исключения неизвестных .....	27
<i>Тесты. Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений .....</i>	<i>33</i>
<b>Глава 2. Векторная алгебра.....</b>	<b>47</b>
2.1. Основные понятия векторной алгебры .....	47
2.2. Линейные операции над векторами .....	49
2.3. Линейная зависимость векторов .....	51
2.4. Проекция вектора на ось .....	52
2.5. Базис. Координаты вектора. Системы координат .....	52
2.6. Скалярное произведение векторов .....	56
2.7. Векторное произведение векторов .....	57
2.8. Смешанное произведение векторов .....	58
2.9. Двойное векторное произведение .....	59
<i>Тесты. Векторная алгебра .....</i>	<i>60</i>
<b>Глава 3. Прямая и плоскость .....</b>	<b>73</b>
3.1. Прямая на плоскости .....	73
3.2. Плоскость в пространстве.....	76
3.3. Прямая в пространстве.....	78
<i>Тесты. Прямые и плоскости .....</i>	<i>82</i>

<b>Глава 4. Линии и поверхности второго порядка</b> .....	95
4.1. Эллипс .....	95
4.2. Гипербола .....	96
4.3. Парабола .....	98
4.4. Общие свойства эллипса, гиперболы, параболы .....	99
4.5. Линии второго порядка на плоскости, заданные общим уравнением .....	100
4.6. Поверхности второго порядка .....	101
<i>Тесты. Линии и поверхности второго порядка</i> .....	107
<b>Глава 5. Линейные пространства</b> .....	124
5.1. Определение линейного пространства .....	124
5.2. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг системы векторов .....	126
5.3. Базис линейного пространства. Координаты векторов .....	127
5.4. Подпространство .....	129
<i>Тесты. Линейные пространства</i> .....	131
<b>Глава 6. Линейные операторы</b> .....	141
6.1. Отображения .....	141
6.2. Определение линейного оператора. Простейшие свойства .....	142
6.3. Матрица линейного оператора пространства .....	143
6.4. Операции над линейными операторами .....	144
6.5. Невырожденный линейный оператор (автоморфизм). Обратный линейный оператор .....	145
6.6. Ядро и образ линейного оператора .....	145
6.7. Изоморфизмы линейных пространств .....	146
6.8. Собственные векторы линейного оператора .....	147
6.9. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду .....	148
6.10. Присоединенные векторы .....	149
6.11. Жорданова нормальная форма матрицы .....	150
<i>Тесты. Линейные операторы в линейном пространстве</i> .....	153
<b>Глава 7. Билинейные и квадратичные формы</b> .....	166
7.1. Билинейные формы .....	166
7.2. Квадратичные формы .....	168
<i>Тесты. Билинейные и квадратичные формы</i> .....	172

<b>Глава 8. Евклидово пространство. Линейные операторы в евклидовых пространствах</b> .....	176
8.1. Скалярное произведение. Определение евклидова пространства.....	176
8.2. Длина вектора и угол между векторами в евклидовом и унитарном пространствах.....	177
8.3. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.....	178
8.4. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Матрица Грама.....	180
8.5. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространств.....	182
8.6. Ортогональные и унитарные матрицы.....	183
8.7. Самосопряженные линейные операторы.....	183
8.8. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований.....	185
8.9. Изометрии. Преобразование Лоренца.....	186
<i>Тесты. Евклидовы и унитарные пространства</i> .....	188
<b>Глава 9. Основы тензорного анализа</b> .....	194
9.1. Сопряженные линейные пространства.....	194
9.2. Преобразование базисов.....	196
9.3. Тензорное произведение линейных пространств.....	199
9.4. Тензоры высшей валентности.....	202
9.5. Полилинейная функция.....	203
9.6. Алгебраические операции для тензоров.....	204
9.7. Симметрирование и альтернирование.....	205
9.8. Метрический тензор.....	207
9.9. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве.....	210
<i>Тесты. Основы тензорного анализа</i> .....	212
<b>Ответы к тестовым заданиям</b> .....	223
<b>Список использованных источников</b> .....	226