

**Н. А. Поклонский  
А. Т. Власов  
С. А. Вырко**

**КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ  
СИММЕТРИИ**  
**Теория и приложения**

**Минск  
«Беларуская навука»  
2024**

# Содержание

Предисловие . . . . .	5
<b>Глава 1. Начала теории групп преобразований</b>	
§ 1.1. Введение в группы симметрии . . . . .	7
§ 1.2. Основные понятия теории групп . . . . .	10
§ 1.3. Группа перестановок. Теорема Кэли . . . . .	20
<b>Глава 2. Точечные группы симметрии</b>	
§ 2.1. Оси и плоскости симметрии . . . . .	24
§ 2.2. Группы преобразований $C_n$ , $S_n$ , $C_{nh}$ , $C_{nv}$ , $D_n$ , $D_{nh}$ , $D_{nd}$ , $T$ , $T_d$ , $T_h$ , $O$ , $O_h$ , $Y$ , $Y_h$ . . . . .	28
§ 2.3. Алгоритм идентификации точечных групп . . . . .	38
<b>Глава 3. Теория представлений конечных групп</b>	
§ 3.1. Представления групп . . . . .	42
§ 3.2. Регулярное представление . . . . .	45
§ 3.3. Леммы Шура. Соотношения ортогональности . . . . .	45
§ 3.4. Базисные функции неприводимых представлений . . . . .	59
§ 3.5. Регулярное представление и построение базисных функций неприводимых представлений . . . . .	62
§ 3.6. Двумерное унитарное представление группы $D_3$ . . . . .	67
<b>Глава 4. Применение теории представлений групп для классификации молекулярных колебаний</b>	
§ 4.1. Определение типов колебаний атомов в молекуле прямым вычислением и групповыми методами . . . . .	73
§ 4.2. Классификация колебаний молекул: преобразования векторов смещений атомов . . . . .	84
§ 4.3. Моды колебаний молекулы воды . . . . .	89
<b>Глава 5. Симметрия уравнения Шредингера</b>	
§ 5.1. Классификация стационарных состояний квантовых систем . . . . .	95
§ 5.2. Симметрия иона $H_2^+$ : потенциальная энергия электрона . . . . .	100
§ 5.3. Симметрия иона $H_2^+$ : кинетическая энергия электрона . . . . .	103
§ 5.4. Преобразование пространственной инверсии гамильтониана . . . . .	105
§ 5.5. Тензорное произведение неприводимых представлений группы . . . . .	108
§ 5.6. Правила отбора для переходов между стационарными состояниями квантовой системы . . . . .	110
§ 5.7. Характеристики некоторых групп и преобразование декартовых координат при операциях симметрии . . . . .	114
§ 5.8. Нарушение симметрии квантовой системы . . . . .	119
§ 5.9. Расщепление уровней энергии атома примеси в кристалле: применение группы вращений . . . . .	121
§ 5.10. Правила отбора для электрических дипольных переходов в поле кубической симметрии . . . . .	125

<b>Глава 6. Симметрия химической связи в молекулах</b>	
§ 6.1. Преобразования симметрии молекулы $\text{NH}_3$ . . . . .	129
§ 6.2. Базисные функции неприводимых представлений. Метод молекулярных орбиталей . . . . .	131
§ 6.3. Теория направленных валентностей. $sp^3$ -Гибридизация в молекулах $\text{NH}_3$ и $\text{CH}_4$ . . . . .	136
§ 6.4. Рассмотрение $sp^3$ -гибридизации с помощью теории групп . . . . .	140
§ 6.5. Неприводимые представления состояний молекулы $\text{CH}_4$ при учете спинов четырех протонов . . . . .	143
<b>Глава 7. Группы симметрии кристаллов</b>	
§ 7.1. Группы (решетки) Браве и сингонии . . . . .	151
§ 7.2. Пространственная группа симметрии . . . . .	158
§ 7.3. Точечная симметрия и анизотропия кристаллов . . . . .	174
<b>Глава 8. Симметрия стационарных состояний электронов кристалла,</b>	
§ 8.1. Обратная решетка . . . . .	178
§ 8.2. Неприводимые представления группы трансляций. Циклические граничные условия. Зона Бриллюэна . . . . .	179
§ 8.3. Классификация одноэлектронных состояний в трехмерном кристалле. Функция Блоха . . . . .	183
§ 8.4. Звезда волнового вектора электрона в двумерной квадратной решетке . . . . .	189
<b>Глава 9. Симметрия спиновых систем</b>	
§ 9.1. “Двойные” группы . . . . .	207
§ 9.2. Квантовая система взаимодействующих частиц . . . . .	215
§ 9.3. Изоспиновая симметрия ядер . . . . .	249
§ 9.4. Изоспин и пионы . . . . .	263
§ 9.5. Симметрия фундаментальных взаимодействий . . . . .	269
<b>Приложение А. Толковый словарь терминов . . . . .</b>	<b>279</b>
<b>Приложение Б. Матрицы . . . . .</b>	<b>299</b>
<b>Приложение В. Действие точечных операций симметрии на полярный и аксиальный векторы . . . . .</b>	<b>314</b>
<b>Приложение Г. Проекционные операторы . . . . .</b>	<b>318</b>
<b>Приложение Д. Применение проекционных операторов для определения мод колебаний молекулы <math>\text{H}_2\text{O}</math> . . . . .</b>	<b>321</b>
<b>Приложение Е. Начала теории групп . . . . .</b>	<b>332</b>
§ Е.1. Конечные группы и их представления . . . . .	332
§ Е.2. Представления группы симметрии трехмерного кристалла . . . . .	351
§ Е.3. Непрерывные группы . . . . .	365
§ Е.4. Группа $SU(2)$ . . . . .	374
§ Е.5. Группа $SU(3)$ . . . . .	391
<b>Упражнения . . . . .</b>	<b>406</b>
<b>Список рекомендуемой литературы . . . . .</b>	<b>501</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>503</b>