

ТИМ
РАФГАРДЕН

СОВЕРШЕННЫЙ
АЛГОРИТМ

ЖАДНЫЕ
АЛГОРИТМЫ
И ДИНАМИЧЕСКОЕ
ПРОГРАММИРОВАНИЕ



COMPUTER
SCIENCE

 **ПИТЕР®**

Санкт-Петербург • Москва • Екатеринбург • Воронеж
Нижний Новгород • Ростов-на-Дону
Самара • Минск

2020

Оглавление

| | |
|--|-----------|
| Предисловие | 12 |
| О чем эта книга | 13 |
| Навыки, которые вы приобретете..... | 14 |
| В чем особенность книг этой серии..... | 16 |
| Для кого эта книга? | 17 |
| Дополнительные ресурсы..... | 18 |
| Благодарности | 20 |
| От издательства | 20 |
| Глава 13. Введение в жадные алгоритмы | 21 |
| 13.1. Парадигма проектирования жадных алгоритмов | 22 |
| 13.1.1. Парадигмы алгоритмов | 22 |
| 13.1.2. Темы жадной парадигмы..... | 23 |
| 13.2. Задача планирования..... | 25 |
| 13.2.1. Постановка | 25 |
| 13.2.2. Сроки завершения | 26 |
| 13.2.3. Целевая функция..... | 27 |
| 13.2.4. Решение упражнения 13.1 | 28 |
| 13.3. Разработка жадного алгоритма | 28 |
| 13.3.1. Два частных случая | 29 |
| 13.3.2. Дуэльные жадные алгоритмы..... | 29 |
| 13.3.3. Решения упражнений 13.2–13.3 | 33 |

| | |
|---|----|
| 13.4. Доказательство правильности..... | 34 |
| 13.4.1. Случай отсутствия совпадающих значений: высокоуровневый план | 35 |
| 13.4.2. Обмен работами при последовательной инверсии | 36 |
| 13.4.3. Анализ стоимости и преимущества..... | 38 |
| 13.4.4. Обработка совпадений значений | 40 |
| 13.4.5. Решения упражнений 13.4–13.5 | 41 |
| Задачи на закрепление материала | 44 |
| Задачи по программированию | 45 |

Глава 14. Коды Хаффмана..... 46

| | |
|--|----|
| 14.1. Коды | 47 |
| 14.1.1. Двоичные коды фиксированной длины | 47 |
| 14.1.2. Коды переменной длины | 47 |
| 14.1.3. Беспрефиксные коды | 49 |
| 14.1.4. Преимущества беспрефиксных кодов | 50 |
| 14.1.5. Определение задачи | 51 |
| 14.1.6. Решения упражнений 14.1–14.2 | 52 |
| 14.2. Коды в виде деревьев | 52 |
| 14.2.1. Три примера | 53 |
| 14.2.2. Какие деревья представляют беспрефиксные коды? | 55 |
| 14.2.3. Определение задачи (в новой формулировке) | 56 |
| 14.3. Жадный алгоритм Хаффмана | 57 |
| 14.3.1. Построение деревьев путем последовательных слияний | 57 |
| 14.3.2. Жадный критерий Хаффмана | 60 |
| 14.3.3. Псевдокод..... | 61 |
| 14.3.4. Пример | 63 |
| 14.3.5. Более крупный пример | 64 |
| 14.3.6. Время выполнения..... | 66 |
| 14.3.7. Решение упражнения 14.3..... | 67 |
| *14.4. Доказательство правильности..... | 67 |
| 14.4.1. Высокоуровневый план | 68 |
| 14.4.2. Подробности | 69 |
| Задачи на закрепление материала | 76 |
| Сложные задачи | 78 |
| Задачи по программированию | 78 |

| | |
|---|-----------|
| Глава 15. Минимальные остовные деревья | 79 |
| 15.1. Определение задачи | 80 |
| 15.1.1. Графы..... | 80 |
| 15.1.2. Остовные деревья..... | 81 |
| 15.1.3. Решение упражнения 15.1 | 84 |
| 15.2. Алгоритм Прима..... | 85 |
| 15.2.1. Пример | 85 |
| 15.2.2. Псевдокод..... | 88 |
| 15.2.3. Простая реализация..... | 90 |
| *15.3. Ускорение алгоритма Прима посредством куч..... | 91 |
| 15.3.1. В поисках времени выполнения, близкого к линейному | 91 |
| 15.3.2. Кучевая структура данных | 92 |
| 15.3.3. Как использовать кучи в алгоритме Прима | 93 |
| 15.3.4. Псевдокод..... | 95 |
| 15.3.5. Анализ времени выполнения | 97 |
| 15.3.6. Решение упражнения 15.3 | 98 |
| *15.4. Алгоритм Прима: доказательство правильности..... | 98 |
| 15.4.1. Свойство минимального узкого места | 99 |
| 15.4.2. Интересные факты об остовных деревьях | 102 |
| 15.4.3. Доказательство теоремы 15.6 (из свойства минимального узкого места следует минимальное остовное дерево) | 105 |
| 15.4.4. Сводя все воедино | 107 |
| 15.5. Алгоритм Краскала..... | 107 |
| 15.5.1. Пример | 107 |
| 15.5.2. Псевдокод..... | 110 |
| 15.5.3. Простая реализация..... | 111 |
| *15.6. Ускорение алгоритма Краскала с помощью структуры данных Union-Find | 112 |
| 15.6.1. Структура данных Union-Find | 113 |
| 15.6.2. Псевдокод..... | 115 |
| 15.6.3. Анализ времени выполнения | 116 |
| 15.6.4. Быстрая и приближенная реализация структуры данных Union-Find | 117 |
| 15.6.5. Решения упражнений 15.5–15.7 | 123 |
| *15.7. Алгоритм Краскала: доказательство правильности..... | 124 |

| | |
|---|-----|
| 15.8. Применение: кластеризация с одиночной связью..... | 126 |
| 15.8.1. Кластеризация..... | 127 |
| 15.8.2. Восходящая кластеризация..... | 128 |
| Задачи на закрепление материала..... | 132 |
| Задачи повышенной сложности..... | 134 |
| Задачи по программированию..... | 136 |

Глава 16. Введение в динамическое программирование..... 137

| | |
|--|-----|
| 16.1. Задача о взвешенном независимом множестве..... | 138 |
| 16.1.1. Определение задачи..... | 139 |
| 16.1.2. Естественный жадный алгоритм оказывается безуспешным... .. | 141 |
| 16.1.3. Подход «разделяй и властвуй»?..... | 142 |
| 16.1.4. Решения упражнений 16.1–16.2..... | 143 |
| 16.2. Линейно-временной алгоритм для взвешенного независимого множества на путях..... | 144 |
| 16.2.1. Оптимальная подструктура и рекуррентное соотношение..... | 144 |
| 16.2.2. Наивный рекурсивный подход..... | 147 |
| 16.2.3. Рекурсия с кэшем..... | 148 |
| 16.2.4. Восходящая итеративная реализация..... | 149 |
| 16.2.5. Решения упражнений 16.3–16.4..... | 151 |
| 16.3. Алгоритм реконструкции..... | 152 |
| 16.4. Принципы динамического программирования..... | 155 |
| 16.4.1. Трехшаговый рецепт..... | 155 |
| 16.4.2. Желаемые свойства подзадач..... | 156 |
| 16.4.3. Повторяемый мыслительный процесс..... | 157 |
| 16.4.4. Динамическое программирование против «разделяй и властвуй»..... | 157 |
| 16.4.5. Почему «динамическое программирование»?..... | 159 |
| 16.5. Задача о ранце..... | 160 |
| 16.5.1. Определение задачи..... | 160 |
| 16.5.2. Оптимальная подструктура и рекуррентность..... | 161 |
| 16.5.3. Подзадачи..... | 164 |
| 16.5.4. Алгоритм динамического программирования..... | 165 |
| 16.5.5. Пример..... | 167 |
| 16.5.6. Реконструкция..... | 168 |
| 16.5.7. Решения упражнений 16.5–16.6..... | 169 |

| | |
|---------------------------------------|-----|
| Задачи на закрепление материала | 171 |
| Задачи повышенной сложности | 173 |
| Задачи по программированию | 174 |

Глава 17. Расширенное динамическое программирование..... 175

| | |
|--|-----|
| 17.1. Выравнивание последовательностей | 176 |
| 17.1.1. Актуальность..... | 176 |
| 17.1.2. Определение задачи | 177 |
| 17.1.3. Оптимальная подструктура | 179 |
| 17.1.4. Рекуррентное соотношение | 182 |
| 17.1.5. Подзадачи..... | 183 |
| 17.1.6. Алгоритм динамического программирования..... | 184 |
| 17.1.7. Реконструкция..... | 185 |
| 17.1.8. Решение упражнений 17.1–17.3..... | 186 |
| *17.2. Оптимальные бинарные деревья поиска | 187 |
| 17.2.1. Обзор бинарного дерева поиска..... | 188 |
| 17.2.2. Среднее время поиска..... | 190 |
| 17.2.3. Определение задачи | 192 |
| 17.2.4. Оптимальная подструктура | 193 |
| 17.2.5. Рекуррентные соотношения | 197 |
| 17.2.6. Подзадачи..... | 198 |
| 17.2.7. Алгоритм динамического программирования..... | 199 |
| 17.2.8. Улучшение времени выполнения..... | 202 |
| 17.2.9. Решения упражнений 17.4–17.5..... | 203 |
| Задачи на закрепление материала | 204 |
| Задачи повышенной сложности | 206 |
| Задачи по программированию | 207 |

Глава 18. Кратчайшие пути повторно..... 208

| | |
|---|-----|
| 18.1. Кратчайшие пути с отрицательными длинами ребер | 209 |
| 18.1.1. Задача о кратчайшем пути с единственным истоком | 209 |
| 18.1.2. Отрицательные циклы | 211 |
| 18.1.3. Решение упражнения 18.1 | 214 |
| 18.2. Алгоритм Беллмана—Форда | 214 |
| 18.2.1. Подзадачи | 215 |
| 18.2.2. Оптимальная подструктура | 217 |

| | |
|---|------------|
| 18.2.3. Рекуррентия | 219 |
| 18.2.4. Когда следует остановиться? | 220 |
| 18.2.5. Псевдокод..... | 222 |
| 18.2.6. Пример | 223 |
| 18.2.7. Время выполнения | 226 |
| 18.2.8. Маршрутизация интернета..... | 227 |
| 18.2.9. Решения упражнений 18.2–18.3 | 228 |
| 18.3. Задача о кратчайшем пути для всех пар | 229 |
| 18.3.1. Определение задачи | 229 |
| 18.3.2. Сведение до кратчайших путей с единственным истоком | 230 |
| 18.3.3. Решение упражнения 18.4 | 231 |
| 18.4. Алгоритм Флойда—Уоршелла | 231 |
| 18.4.1. Подзадачи | 231 |
| 18.4.2. Оптимальная подструктура | 233 |
| 18.4.3. Псевдокод..... | 236 |
| 18.4.4. Обнаружение отрицательного цикла..... | 239 |
| 18.4.5. Резюме и открытые вопросы | 240 |
| 18.4.6. Решения упражнений 18.5–18.6 | 241 |
| Задачи на закрепление материала | 243 |
| Задачи повышенной сложности | 244 |
| Задачи по программированию | 245 |
| Эпилог: руководство по разработке алгоритмов | 246 |
| Подсказки и решения избранных задач | 248 |