

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»
Факультет математики и информатики
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ: ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

*Допущено Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия для студентов учреждений
высшего образования по техническим специальностям*

В 4 частях

Часть 4

Под редакцией Е. А. Ровбы

Минск
РИВШ
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ГЛАВА 1. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ.....	4
§ 1. Числовой ряд и его сумма.....	4
1. Понятие числового ряда.....	4
2. Необходимое условие сходимости числового ряда.....	9
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>10</i>
§ 2. Знакопостоянные числовые ряды.....	11
1. Признаки сравнения рядов.....	12
2. Признаки Даламбера и Коши	16
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>20</i>
§ 3. Знакопеременные ряды.....	22
1. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.....	24
2. Свойства абсолютно сходящихся рядов	28
3. Признаки Абеля и Дирихле сходимости рядов.....	32
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>36</i>
Ответы к главе 1	38

ГЛАВА 2. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ	40
§ 1. Функциональные ряды и множества их сходимости	40
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	50
§ 2. Равномерная сходимость функциональных рядов	51
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	57
§ 3. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов	58
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	62
§ 4. Степенные ряды	62
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	71
§ 5. Ряд Тейлора и Маклорена	72
1. Основные определения и свойства.....	72
2. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.....	75
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	78
§ 6. Некоторые применения степенных рядов	79
1. Приближенное вычисление значений функции	79
2. Приближенное вычисление определенных интегралов	82
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	87
§ 7. Тригонометрический ряд Фурье	87
1. Основные определения и утверждения.....	87
2. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.....	93
3. Ряд Фурье для функций с периодом $2l$	99
4. Ряд Фурье в комплексной форме.....	105
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	108

§ 8. Интеграл Фурье	110
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	117
Ответы к главе 2	120
 ГЛАВА 3. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА	126
§ 1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Поля направлений и интегральные кривые	126
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	138
§ 2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	139
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	145
§ 3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка	146
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	153
§ 4. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли	155
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	164
§ 5. Уравнения в полных дифференциалах	166
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	170
Ответы к главе 3	171
 ГЛАВА 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ. СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	175
§ 1. Уравнения высших порядков	175
1. Общие понятия	175

2. Уравнения, допускающие понижение порядка	177
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	194
§ 2. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	196
1. Основные определения	196
2. Структура общего решения линейного однородного уравнения	198
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	205
§ 3. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	207
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	213
§ 4. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка	215
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	230
§ 5. Линейная краевая задача	232
1. Постановка краевых задач	232
2. Собственные значения и собственные функции краевых задач	236
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	239
§ 6. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов	240
1. Метод степенных рядов	240
2. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов	244
3. Разложение решения в обобщенный степенной ряд. Уравнение Бесселя	252
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	257
§ 7. Системы линейных дифференциальных уравнений	258
1. Основные понятия и определения	258
2. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами	266

3. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами	275
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	281
§ 8. Устойчивость по Ляпунову	285
1. Определение устойчивости.....	285
2. Устойчивость нулевого решения линейных систем с постоянными коэффициентами.....	287
3. Устойчивость по первому приближению	290
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	294
§ 9. Фазовая плоскость	295
1. Классификация точек покоя	295
2. Исследование систем дифференциальных уравнений как математических моделей	301
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	309
§ 10. Дифференциальные уравнения как математические модели	311
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	333
Ответы к главе 4	337
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	350