

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»  
Факультет компьютерных систем и сетей  
Кафедра высшей математики

# **МАТЕМАТИКА. ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА МАТНЕМАТИСА**

В двух частях

Часть 2

**ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ  
ПЕРЕМЕННЫХ. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ  
ФУНКЦИЙ ОДНОЙ И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. РЯДЫ.  
ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

*Рекомендовано УМО по образованию в области информатики  
и радиоэлектроники в качестве пособия  
для специальностей I ступени высшего образования,  
закрепленных за УМО*

Минск БГУИР 2021

## Содержание

|   |     |
|---|-----|
| <b>Введение</b> .....   | 5   |
| <b>1. Интегральное исчисление функций одной переменной</b> .....      | 7   |
| 1.1. Непределенный интеграл.....                                      | 7   |
| Задание для самостоятельной работы.....                               | 15  |
| 1.2. Определенный интеграл.....                                       | 16  |
| Задание для самостоятельной работы.....                               | 20  |
| 1.3. Несобственные интегралы.....                                     | 21  |
| Задание для самостоятельной работы.....                               | 23  |
| 1.4. Приложения определенного интеграла.....                          | 23  |
| 1.4.1. Вычисление площадей плоских фигур.....                         | 23  |
| Задание для самостоятельной работы.....                               | 28  |
| 1.4.2. Вычисление длины дуги плоской кривой.....                      | 28  |
| Задание для самостоятельной работы.....                               | 31  |
| 1.4.3. Вычисление объемов пространственных тел.....                   | 31  |
| Задание для самостоятельной работы.....                               | 34  |
| <b>2. Функции нескольких переменных</b> .....                         | 35  |
| 2.1. Область определения и линии уровня функции двух переменных.....  | 35  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 39  |
| 2.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.....        | 39  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 45  |
| 2.3. Дифференцирование функций нескольких переменных.....             | 46  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 55  |
| 2.4. Приложения дифференцирования функции нескольких переменных.....  | 56  |
| 2.4.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.....             | 56  |
| 2.4.2. Производная в данном направлении и градиент функции.....       | 58  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 62  |
| 2.5. Экстремум функции двух переменных.....                           | 62  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 72  |
| <b>3. Интегральное исчисление функций нескольких переменных</b> ..... | 73  |
| 3.1. Кратные интегралы.....   | 73  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 83  |
| 3.2. Криволинейные и поверхностные интегралы.....                     | 84  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 90  |
| <b>4. Дифференциальные уравнения</b> .....                            | 91  |
| 4.1. Дифференциальные уравнения первого порядка.....                  | 91  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 96  |
| 4.2. Дифференциальные уравнения высших порядков.....                  | 97  |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 99  |
| 4.3. Системы дифференциальных уравнений.....                          | 100 |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 102 |
| <b>5. Ряды</b> .....  | 103 |
| 5.1. Числовые ряды.....   | 103 |
| Задания для самостоятельной работы.....                               | 107 |

|  |            |
|--|------------|
| 5.2. Степенные ряды .....                            | 107        |
| Задание для самостоятельной работы.....              | 109        |
| 5.3. Ряды Тейлора.....                               | 109        |
| Задания для самостоятельной работы.....              | 114        |
| 5.4. Ряды Фурье .....                                | 114        |
| Задания для самостоятельной работы.....              | 121        |
| <b>6. Элементы теории поля.....</b>                  | <b>122</b> |
| Задания для самостоятельной работы.....              | 128        |
| <b>7. Операционное исчисление .....</b>              | <b>129</b> |
| 7.1. Преобразование Лапласа.....                     | 129        |
| Задания для самостоятельной работы.....              | 133        |
| 7.2. Восстановление оригинала по изображению.....    | 135        |
| Задания для самостоятельной работы.....              | 137        |
| 7.3. Приложения операционного исчисления .....       | 137        |
| Задания для самостоятельной работы.....              | 141        |
| <b>Приложение. Основные операции и функции .....</b> | <b>142</b> |
| <b>Список использованных источников .....</b>        | <b>146</b> |